

# プラネタリー型遊星歯車装置の力分析及びねじり剛性の理論解析

## Load analysis and torsional stiffness calculation of planetary gears

Dr. Shuting Li

### 1. 概要

遊星歯車装置は一段減速で MAX14 の減速比が得られるので、この装置は自動車のトランスミッション、航空機エンジン、ヘリコプターの動力伝達システム、自転車用変速装置、油圧ショベルの駆動システムなどに幅広く使われている。しかし、性能の優れた遊星歯車装置を設計しようとしたら、高度な理論解析が必要なため、このような遊星歯車装置の設計が簡単にできないのが現状である。本研究では、プラネタリー型遊星歯車装置の強度を解析する前に必要な力分析法を紹介し、またこの遊星歯車装置に対する回転伝達誤差とねじり剛性の解析結果を紹介する。

### 2. 研究対象とする遊星歯車装置

図1に示すように開発した遊星歯車装置の専用設計ソフトを用いて、プラネタリー型遊星歯車装置を設計し、歯車諸元を図1に示すように決めた。また設計した遊星歯車装置の様子を図2に示している。

### 遊星歯車装置設計(Planetary Gears Design)

入力

太陽歯車を回転させるか? (1=Yes, Other=No)

	太陽歯車Z1	遊星歯車Z2	内歯車Z3
モジュール(m)	2		
圧力角(度)	20		
歯数	21	39	99
転位係数(x1 & x2)	0	0	0
内歯車の歯元隅部半径R			1
高歯係数	0		
頂げき係数	0.25		
ラックピッチ線上の歯厚係数	0.5		
刃物歯先R係数	0.375		
バックラッシュ[mm]	0		
インボリュート曲線の分割点数	20		
歯元隅肉曲線の分割点数	10		
遊星歯車数	3		
<input type="checkbox"/> 推奨ピン使用	ピン径(mm)		
<input type="checkbox"/> 外歯車	<input type="checkbox"/> 内歯車	<input type="checkbox"/> 太陽・外・内歯車	

出力

	太陽歯車Z1	遊星歯車Z2	内歯車Z3
歯先円直径(mm)	46.000	82.000	194.000
ピッチ円直径(mm)	42.000	78.000	198.000
かみあいピッチ円(mm)	42.000	78.000	
かみあいピッチ円(mm)		78.000	198.000
歯底円直径(mm)	37.000	73.000	203.000
基礎円直径(mm)	39.467	73.296	186.059
かみあい圧力角度(度)	20.000	20.000	
中心間距離(mm)	60.000	60.000	
かみあい率	1.639	1.937	
マタギ歯数	3.0	5.0	11.0
マタギ歯厚(mm)	15.3489	15.8531	29.3423
理論ピン径(mm)	3.4434	3.3948	3.3243
OPM(偶数歯)	46.7436	82.6215	193.5624
OPM(奇数歯)	46.6225	82.5572	193.5376
同軸条件1はOKか?	Yes	内歯車歯数=	
同軸条件2はOKか?	Yes	内歯車転位係数=	
歯数整数制限はOKか?	Yes	(Z1+Z3)≠整数	
遊星歯車の隣接制限OKか?	Yes	速比	
インボリュート干渉?	No	プラネタリー型	5.714
トロコイド干渉?	No	ソーラ型	.825
トリミング干渉?	Yes	スター型	-4.714

図1 研究対象とする遊星歯車装置の設計 (専用設計ソフト)

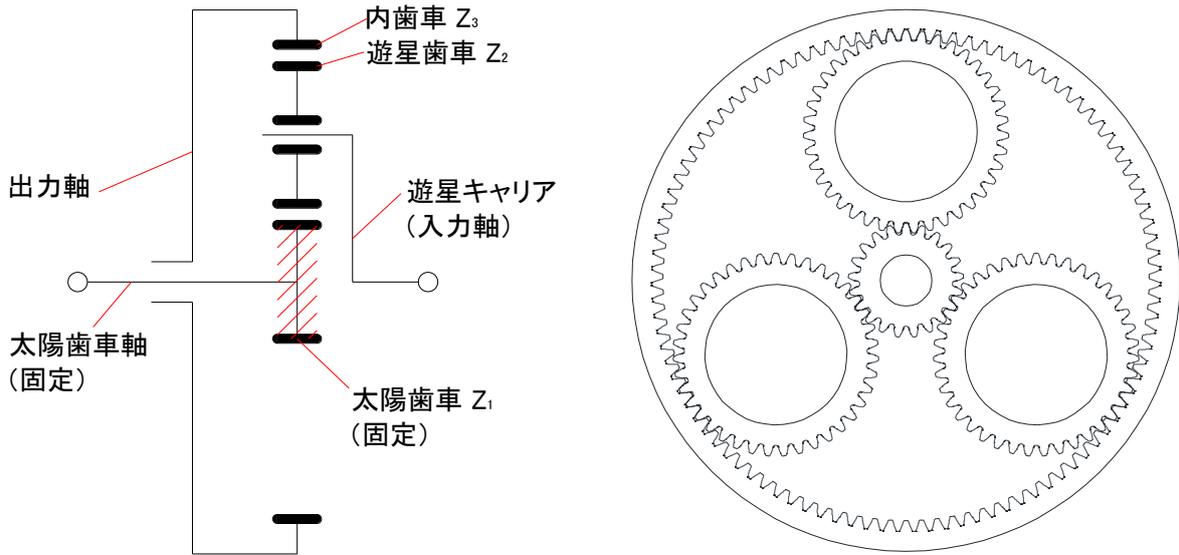


図2 設計した遊星歯車装置の様子 (AutoCAD ソフトで描かれたもの)

### 3. 遊星歯車装置の力分析

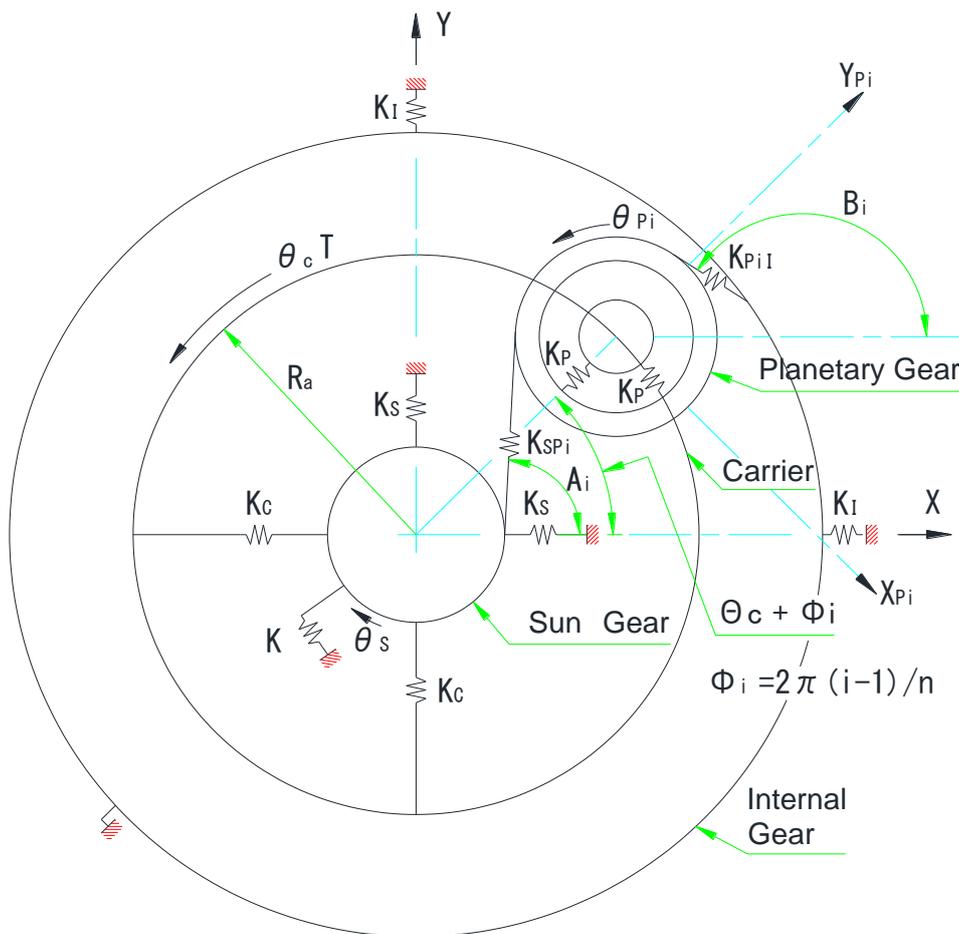


図3 遊星歯車装置の力分析のための力学モデル

プラネタリー型遊星歯車装置を構成する各歯車、軸、軸受などの部品の強度や寿命を計算するために、各部品に作用する力の分析を行う必要がある。そのために文献<sup>(1-2)</sup>を参考しながら、図3に示すプラネタリー型遊星歯車装置の静的な力学モデルを提案した。この力学モデルにより、各部品に作用する力とねじりモーメントの静的なつりあい関係を構築し、ソフト開発により、これらのつりあい関係を解けば、各部品に発生する力や変形が得られる。そして、解析した力を用いれば、遊星歯車装置を構成する各歯車、軸、軸受などの部品の強度や寿命を計算することができるようになる。図3に示す軸受の支持剛性と歯車の歯のかみあい剛性は筆者が開発した専用三次元有限要素法ソフト<sup>(3-6)</sup>で求めた。

図3に示す各符号の意味：

$r_{gs}$ ,  $r_{gp}$ と $r_{gl}$ はそれぞれ太陽歯車、遊星歯車と内歯車の基礎円半径

$r_{gc}$ ：キャリア半径 $r_c$ の作用線方向への換算値； $r_{gc} = r_c \cos \alpha_b$

$R_a$ ：太陽歯車中心から遊星歯車中心までの距離（半径）

$\alpha_{b1}$ ：太陽歯車と遊星歯車のかみあい圧力角

$\alpha_{b2}$ ：遊星歯車と内歯車のかみあい圧力角

$K$ ：キャリアを円周方向に固定するために用いられたばねの常数

$K_S$ ：太陽歯車を支えるばねの常数

$K_P$ ：遊星歯車と遊星歯車軸を連結するばねの係数（遊星歯車は遊星歯車軸にばね $K_P$ で半径方向と円周方向に支持されている）

$K_I$ ：内歯車を支えるばねの常数

$K_C$ ：太陽歯車とキャリアを連結するばねの常数

$K_{SPi}$ ：太陽歯車と遊星歯車の歯のかみあいはねこわさ（ $i = 1, 2, \dots, n$ ）

$K_{Pii}$ ：遊星歯車と内歯車の歯のかみあいはねこわさ（ $i = 1, 2, \dots, n$ ）

#### 4. 遊星歯車装置のねじり剛性計算

図3はプラネタリー型遊星歯車装置の力学モデルであるので、内歯車が固定され、太陽歯車が入力軸とし、キャリアは出力軸として使用されている。 $\theta_S$ と $\theta_C$ はそれぞれ太陽歯車とキャリアの角度変形であり、 $T_C$ はキャリアに加えた負荷トルクである。従って、プラネタリー型遊星歯車装置のねじり剛性 $K_\theta$ は式(1)で計算される。

$$K_\theta = T_C / (\theta_C - \theta_S) \quad (1)$$

#### 5. 各部品に作用する力の解析結果

太陽歯車と遊星歯車の1かみあい周期（ピッチ）を12点のかみあい位置、また遊星歯車と内歯車の1かみあい周期を10点のかみあい位置に分けてそれぞれのかみあい位置で三次元有限要素法を用いた一對の歯車の接触解析により歯のかみあいはね常数を解析した<sup>(3-4)</sup>。図4に太陽歯車と遊星歯車の要素分割モデル、また図5に遊星歯車と内歯車の要素分割モデルを示している。

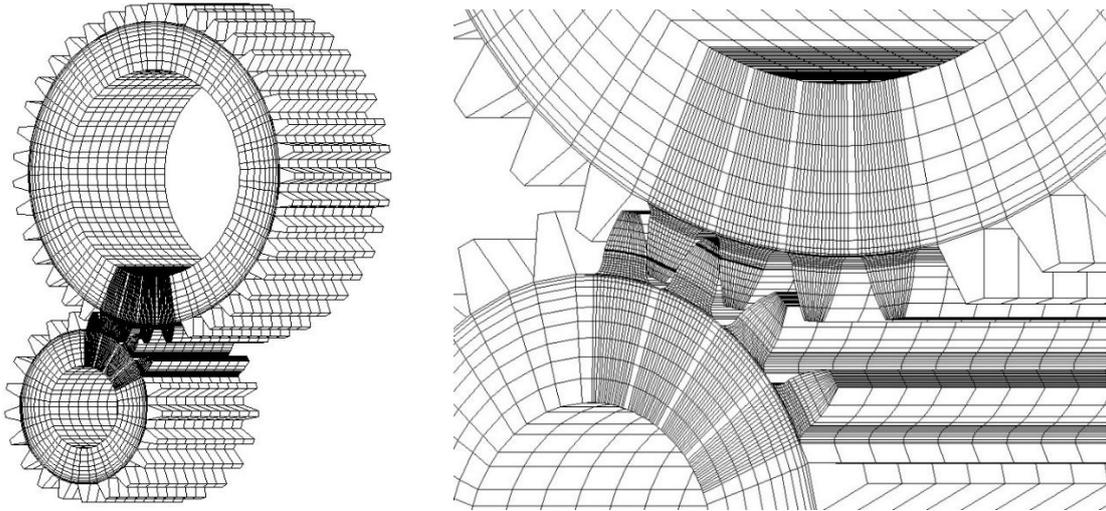


図4 太陽歯車と遊星歯車の要素分割モデル

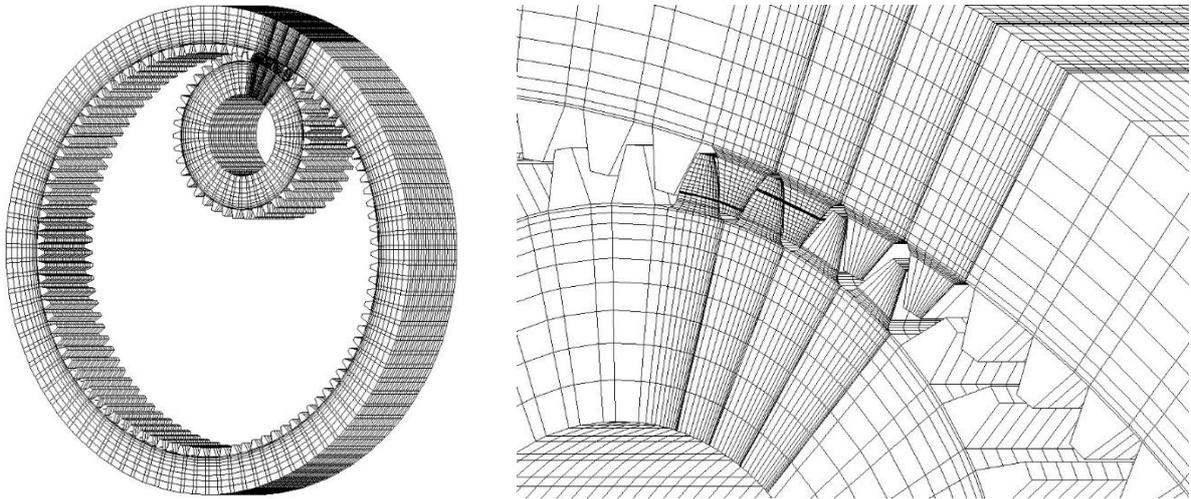


図5 遊星歯車と内歯車の歯の要素分割モデル

表1と表2に有限要素法で解析した各かみあい位置における歯のかみあいバネ常数を示している。解析の際には、遊星歯車に400Nmのトルク、内歯車に500Nmのトルクを加えた。

表1 太陽歯車と遊星歯車の歯のかみあい剛性[単位：N/m]

かみあい位置	一对目の歯のかみあい剛性	二对目の歯のかみあい剛性	合計剛性
1	$3.3560 \times 10^8$	$5.3099 \times 10^8$	$8.6659 \times 10^8$
2	$3.9510 \times 10^8$	$5.0978 \times 10^8$	$9.0488 \times 10^8$
3	$4.2587 \times 10^8$	$4.8848 \times 10^8$	$9.1435 \times 10^8$
4	$4.5542 \times 10^8$	$4.6488 \times 10^8$	$9.2031 \times 10^8$
5	$4.7728 \times 10^8$	$4.3419 \times 10^8$	$9.1146 \times 10^8$
6	$5.0227 \times 10^8$	$3.9774 \times 10^8$	$9.0001 \times 10^8$

7	$5.2635 \times 10^8$	$3.4862 \times 10^8$	$8.7497 \times 10^8$
8	$5.8713 \times 10^8$		$5.8713 \times 10^8$
9	$5.9566 \times 10^8$		$5.9566 \times 10^8$
10	$6.0054 \times 10^8$		$6.0054 \times 10^8$
11	$5.9731 \times 10^8$		$5.9731 \times 10^8$
12	$5.7732 \times 10^8$		$5.7732 \times 10^8$

表2 遊星歯車と内歯車の歯のかみあい剛性[単位：N/m]

かみあい位置	一对目の歯のかみあい剛性	二対目の歯のかみあい剛性	合計剛性
1	$4.0019 \times 10^8$	$6.3442 \times 10^8$	$1.0346 \times 10^9$
2	$4.3585 \times 10^8$	$6.3165 \times 10^8$	$1.0675 \times 10^9$
3	$4.7516 \times 10^8$	$6.1111 \times 10^8$	$1.0863 \times 10^9$
4	$5.1004 \times 10^8$	$5.7914 \times 10^8$	$1.0892 \times 10^9$
5	$5.4033 \times 10^8$	$5.4534 \times 10^8$	$1.0857 \times 10^9$
6	$5.7509 \times 10^8$	$5.0064 \times 10^8$	$1.0756 \times 10^9$
7	$6.0654 \times 10^8$	$4.4893 \times 10^8$	$1.0555 \times 10^9$
8	$6.3421 \times 10^8$	$3.8809 \times 10^8$	$1.0223 \times 10^9$
9	$7.1836 \times 10^8$		$7.1836 \times 10^8$
10	$7.1406 \times 10^8$		$7.1406 \times 10^8$

表1と表2の結果を用いて、補間法により算出した歯のかみあいバネ常数の曲線をそれぞれ図6と図7に示す。これらの図の横軸は太陽歯車の回転位置を示す角度であり、縦軸は補間された歯のかみあいバネ常数である。

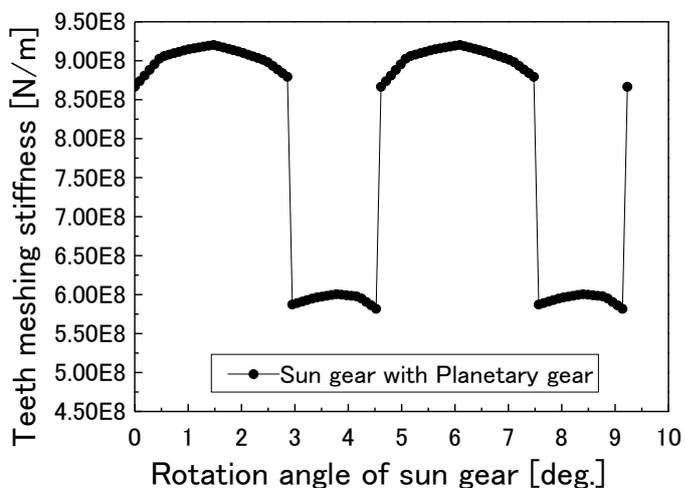


図6 太陽歯車と遊星歯車の歯のかみあい剛性

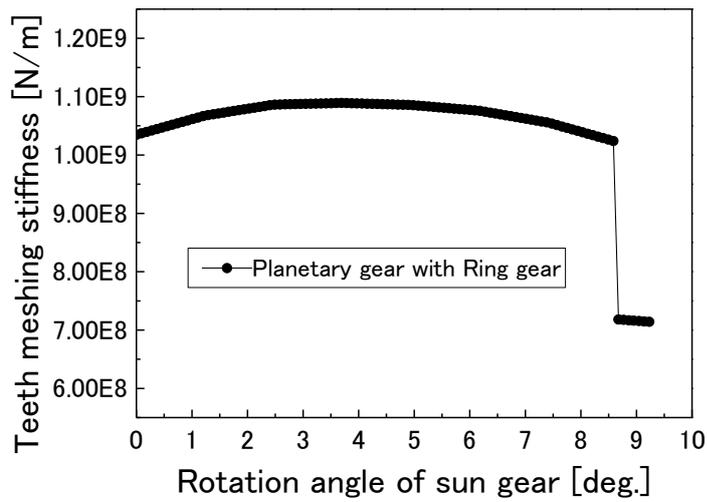


図7 遊星歯車と内歯車の歯のかみあい剛性

図8と図9に開発した専用ソフトで解析した太陽歯車と遊星歯車がかみあう時の歯面荷重及び遊星歯車と内歯車がかみあう時の歯面荷重である。横軸は太陽歯車の回転角度であり、縦軸は歯面荷重である。図に示すように一対の歯のかみあい領域と二対の歯のかみあい領域に歯面荷重が変わっていることが分かる。

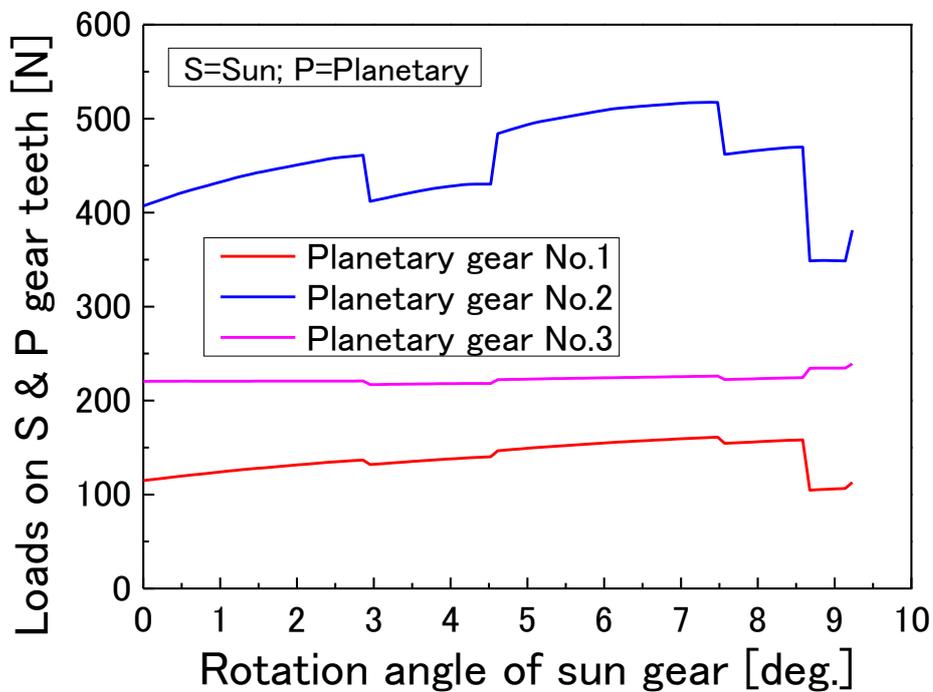


図8 太陽歯車と遊星歯車がかみあう時の歯面荷重

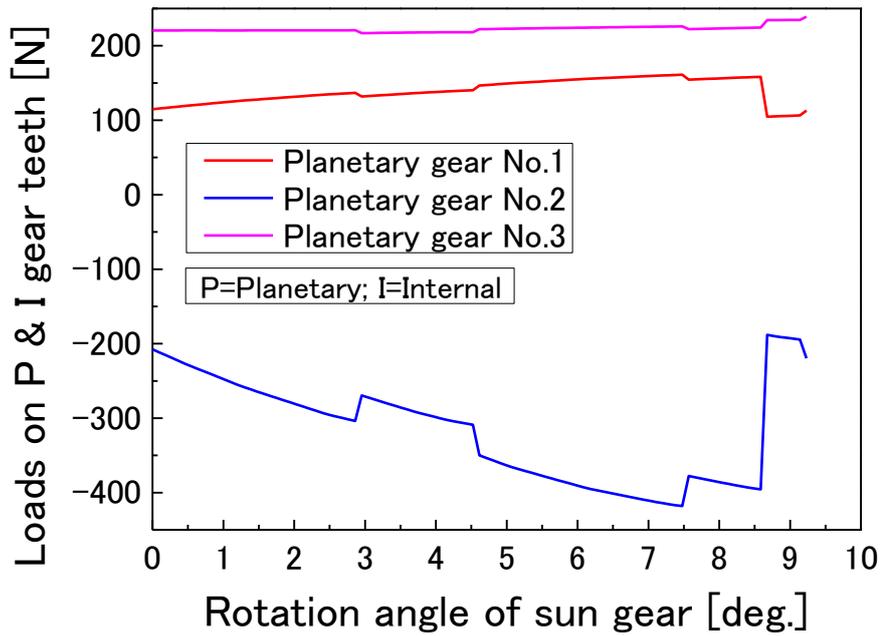


図9 遊星歯車と内歯車がかみあう時の歯面荷重

図10, 図11, 図12と図13に太陽歯を支える軸受上の荷重, キャリアを支える軸受上の荷重, 遊星歯車軸上の円周と半径方向の荷重及び内歯車を支える軸受上の荷重をそれぞれ示す. 同じように一對と二對の歯がかみあう時に荷重が階段的に変わっていることが分かる.

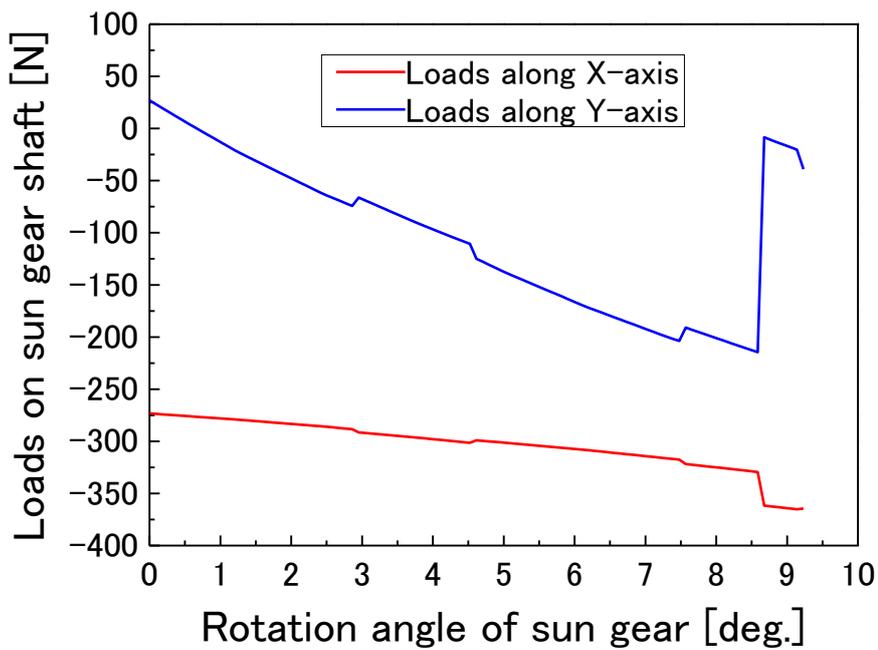


図10 太陽歯を支える軸受上の荷重

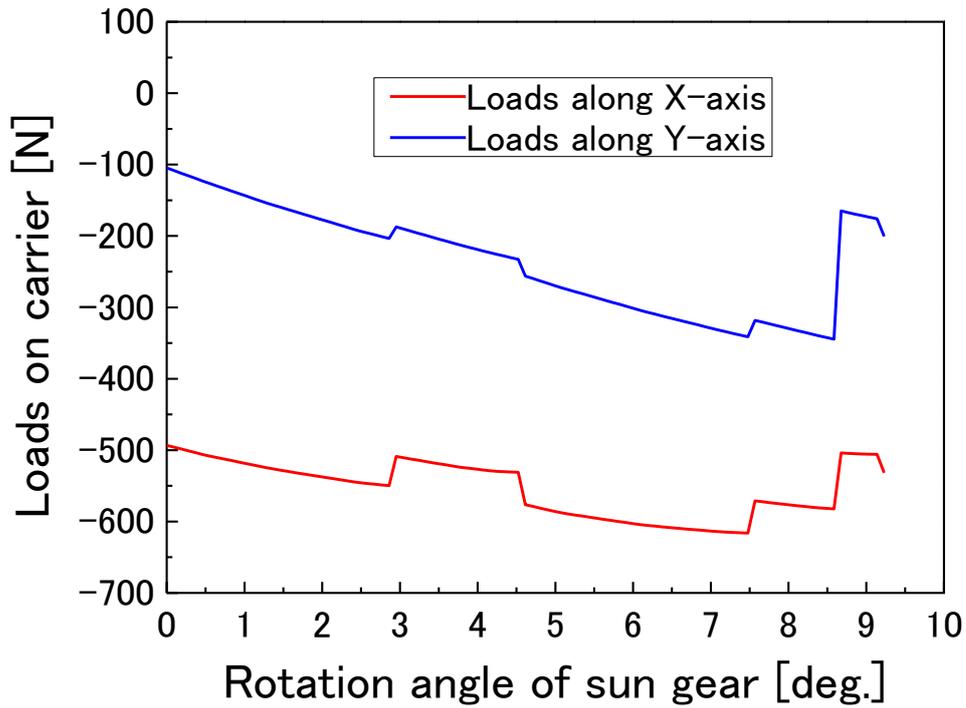


図 11 キャリアを支える軸受上の荷重

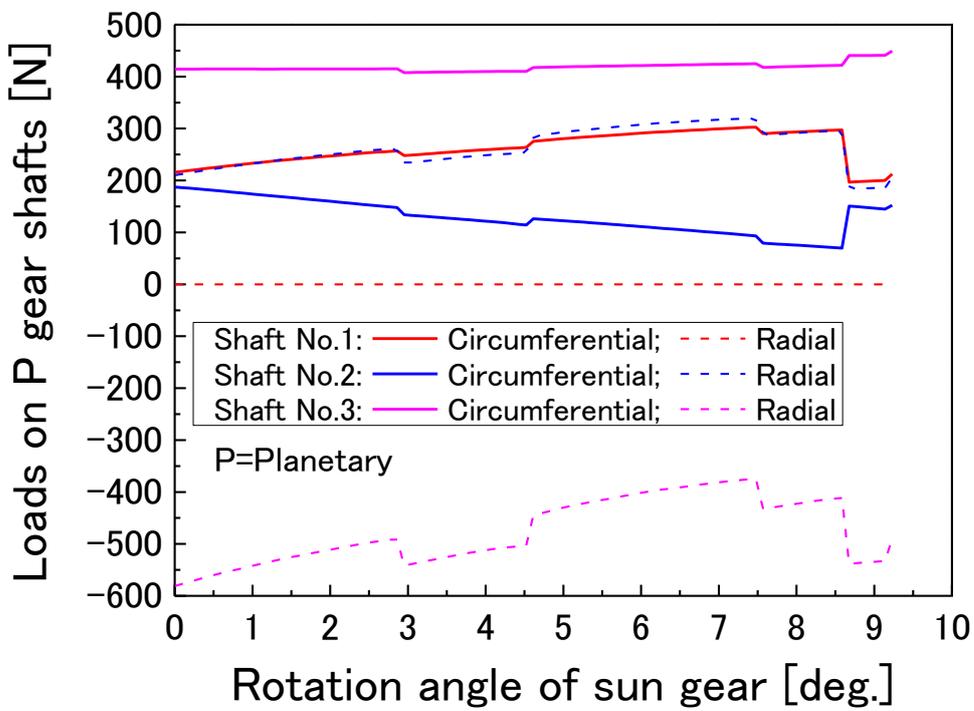


図 12 遊星歯車軸上の円周と半径方向の荷重

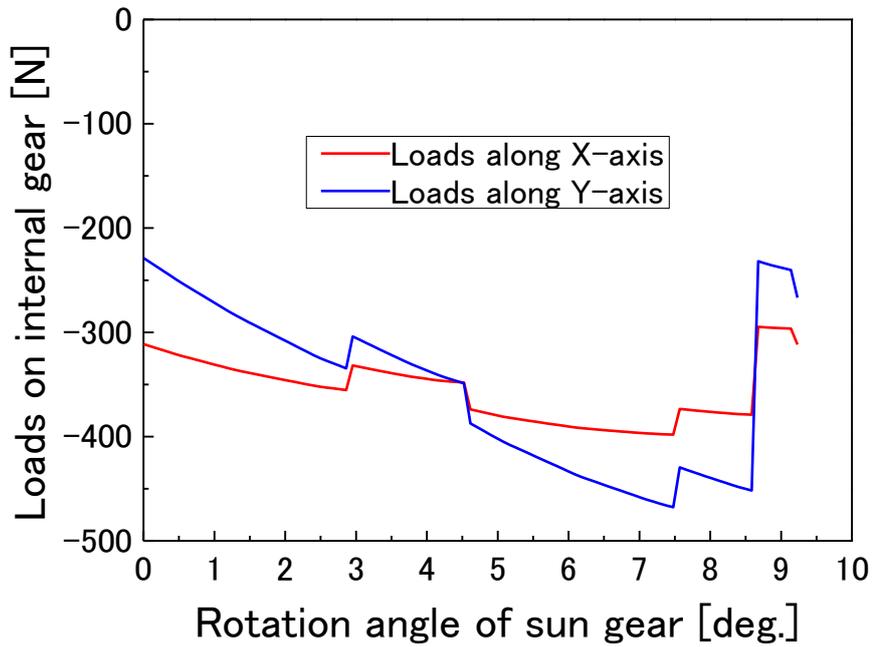


図 13 内歯車を支える軸受上の荷重

図 14 に減速機の入・出力軸の角度変形及び入・出力軸の相対角度変形を示す。図 15 に減速機全体のねじり剛性を示している。図に示すように角度変形とねじり剛性は歯の同時かみあい枚数の変化により段階的に変わることが分かる。

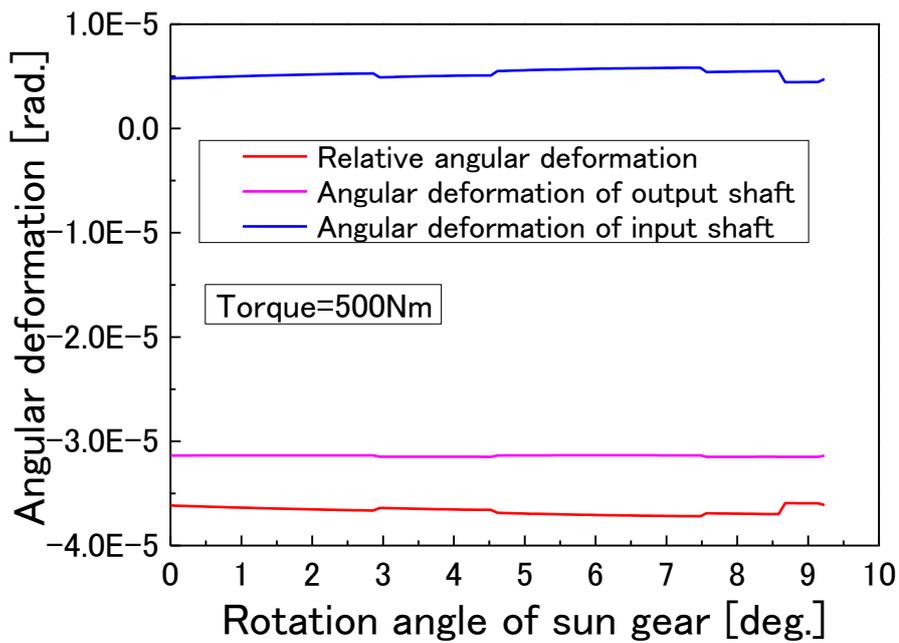


図 14 入力軸と出力軸の相対値及び絶対値角度変形

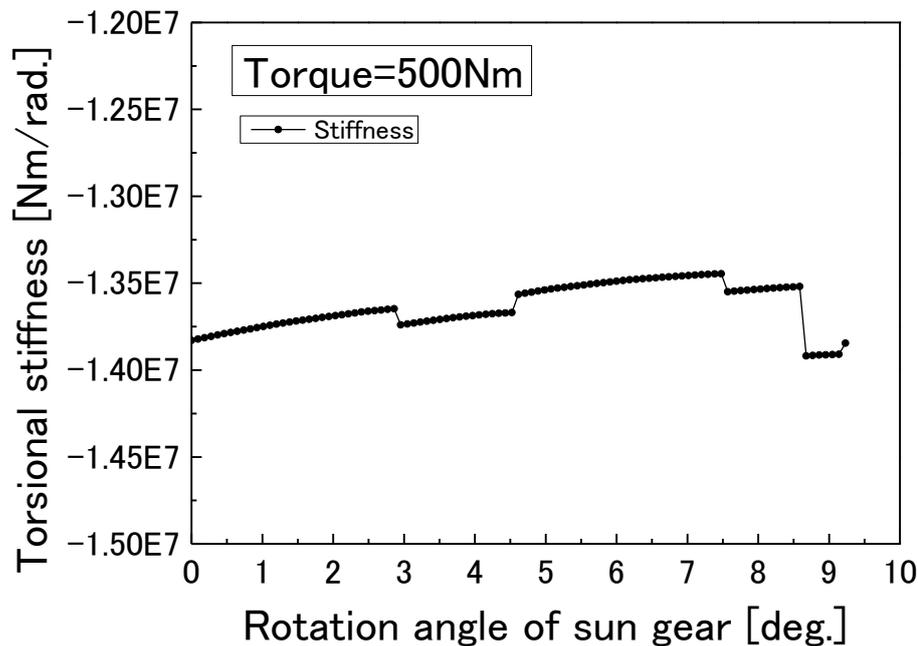


図 15 遊星歯車装置全体のねじり剛性

参考文献：

- (1) 日高 照晃, 遊星歯車装置の動特性に関する研究, 博士論文 (論文博士), 京都大学, 1977 年
- (2) 石田武, 河村和幸, 李樹庭, 上田政洋, “自転車の運転時の快適さと変速機誤差との関係に関する理論的研究”山口大学技術資料, 1995 年
- (3) S. Li, Contact Stress and Root Stress Analyses of Thin-Rimmed Spur Gears with Inclined Webs, Trans. ASME, J. Mech. Des., Vol.134, 2012, pp.1-13
- (4) S. Li, “Finite element analyses for contact strength and bending strength of a pair of spur gear with machining errors, assembly errors and tooth modifications”, Mech. Mach. Theory, Vol.42, Issue 1, pp.88-114, 2007
- (5) S. Li, Strength analysis of the roller bearing with a crowning and misalignment error, Eng. Fail. Anal., Vol. 123, 2021, pp.1-15
- (6) S. Li, A mathematical model and numeric method for contact analysis of rolling bearings, Mech. Mach. Theory, Vol. 119, 2018, pp.61-73
- (7) 大谷 将貴, 李 樹庭, 遊星歯車装置の強度とねじり剛性の理論解析に関する研究, 日本機械学会 2024 年度年次大会, 2024 年 9 月 8 日~11 日, 愛媛大学城北キャンパス